

УДК 624.04:517.972.7

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ НАТУРНЫХ ОБСЛЕДОВАНИЙ

С.Ф. Кузнецов, К.И. Островский

Аннотация

В рамках методологии теории некорректных задач предлагается метод реконструкции механического состояния и идентификации характеристик конструкций, взаимодействующих с неоднородным упругим основанием, по дискретным совокупностям данных натурных обследований. Моделирование эффектов, связанных с неоднородностью сопротивления, осуществляется посредством введения модельной системы с постоянной жесткостью основания, для которой формулируется обратная задача в виде интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Рассматривается методика численной реализации метода и процедуры регуляризации возникающих алгебраических обратных задач, основанные на методе Тихонова. Обсуждаются результаты решения для протяженных систем балка - упругое основание, анализируется структура получаемой погрешности, предлагаются подходы к апостериорному оцениванию точности и информативности решений.

Ключевые слова: конструкция, упругое основание, технический мониторинг, задача идентификации, обратная задача, метод регуляризации, погрешность данных.

1. Введение

Напряженно-деформированное состояние конструкций, взаимодействующих с грунтовым основанием, существенным образом определяется механическими свойствами основания, которые способны претерпевать значительные изменения в процессе эксплуатации конструкций. Различные геофизические процессы, протекающие в грунтах, могут приводить к нештатным условиям эксплуатации, что вызывает необходимость проведения оценки надежности и безопасности конструкции на основе данных натурных обследований. Данные натурных обследований обычно включают информацию о приобретенных геометрических изменениях в виде ограниченных массивов информации о перемещениях и (или) деформациях. Разработка методов, позволяющих на этой основе получать оценки для характеристик напряженного состояния конструкций, имеет осязаемое практическое значение.

Предложен [1] подход к постановке задач реконструкции напряженно-деформированного состояния и идентификации характеристик системы балочный конструктивный элемент – неоднородное упругое основание, предполагающий введение модельной системы с постоянным упругим сопротивлением основания и учет неоднородности сопротивления посредством распределения эффективных (дополнительных) нагрузок. Для определения дополнительных нагрузок формулируется обратная задача с входной информацией в виде дискретной совокупности данных о геометрических изменениях балки.

Ниже представлено развитие метода на случай протяженных систем балка – упругое основание в формулировке максимально приближенной к практике натурных обследований проблемных участков трубопроводов и некоторых типов строительных конструкций.

2. Метод эффективных (дополнительных) нагрузок

Рассмотрим протяженную систему балка – неоднородное упругое основание (рис. 1а) и сформулируем задачу определения напряженного состояния, обусловленного локальными отклонениями от проектной геометрии, на основе данных измерений. Линейный размер проблемных участков будем считать малым по сравнению с общей длиной. Сопротивление балки предполагаем линейно упругим, сопротивление основания – подчиняющимся модели Винклера.

Допустим, что функция прогиба балки $w_0(z)$ в проектной конфигурации определяется распределениями внешних нагрузок $p_0(z)$ и жесткости основания $k_0(z)$, а непроектная конфигурация $w_1(z)$ – распределениями, соответственно, $p_1(z), k_1(z)$. При этом можно положить $p_1(z) \rightarrow p_0(z)$, $k_1(z) \rightarrow k_0(z)$, $w_1(z) \rightarrow w_0(z)$ на удалении от зоны непроектного залегания.

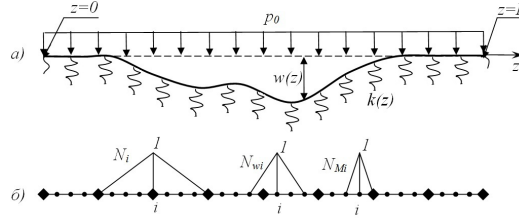


Рис. 1. Расчетная схема участка протяженной системы (а) и схема дискретизации (б)

Введем некоторую модельную систему с равномерным упругим сопротивлением основания $k_c = \text{const}$ и предположим, что ее деформированное состояние описывается функцией прогиба

$$w(z) = w_1(z) - w_0(z),$$

характеризующей отклонения от проектной геометрии в исходной системе.

Используя уравнения равновесия для проектной и непроектной конфигураций, нетрудно показать, что это предположение выполняется при задании в модельной системе распределения эффективной (дополнительной) нагрузки

$$p_\nu(z) = p_1(z) - p_0(z) + k_0(z)w_0(z) - k_1(z)w_1(z) + k_c w(z), \quad (1)$$

$$p_\nu(z) \rightarrow 0 \quad (z \rightarrow \pm\infty),$$

при этом функция $w(z)$ является решением краевой задачи

$$EIw^{IV} + k_c w(z) = p_\nu(z), \quad (2)$$

$$w(z) \rightarrow 0 \quad (z \rightarrow \pm\infty),$$

где EI – изгибная жесткость балки. Члены в выражении (1), содержащие функции прогибов $w(z)$, $w_0(z)$, $w_1(z)$ имеют смысл распределенных реакций основания, соответственно, в модельной системе, в проектном и непроектном состояниях исходной системы.

Рассматривая в качестве входных данных результаты измерений отклонений оси балки от проектной конфигурации $\tilde{w}(z)$, для определения дополнительной нагрузки $p_\nu(z)$ поставим обратную (в отношении (2)) задачу в виде интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G(z, \xi) p_\nu(\xi) d\xi = \tilde{w}(z), \quad (3)$$

где $G(z, \xi)$ - функция Грина, являющаяся решением следующей краевой задачи для модельной системы:

$$\begin{aligned} EIG^{IV}(z, \xi) + k_c G(z, \xi) &= \delta(z - \xi), \\ G(z, \xi) &\rightarrow 0 \quad (z \rightarrow \pm\infty), \end{aligned} \quad (4)$$

$\delta(z)$ - функция Дирака.

Обратная задача (3) занимает в рассматриваемом подходе центральное место. На практике входная информация по прогибам $\tilde{w}(z)$ представляет собой дискретный набор данных, содержащих погрешности измерений. При этом объем данных, получаемых в натурных обследованиях, обычно узко ограничен, а уровень точности измерений невысок. Оператор задачи весьма чувствителен к возмущениям входной информации, кроме того содержит неопределенный параметр k_c . Таким образом, задача (3) недоопределена относительно функции $p_\nu(z)$ и является неустойчивой. Построение методики ее решения требует применения аппарата теории некорректных задач [2].

Непрерывные распределения составляющих прогиба $w(z)$ и изгибающего момента $M(z)$, соответствующие переходу в непроектную конфигурацию, определяются дополнительной нагрузкой $p_\nu(z)$ и находятся как решение прямой задачи (2). Следует отметить, что этот этап решения не требует использования данных о внешних воздействиях и сопротивлении основания в явном виде.

Соотношение (1) можно рассматривать как функциональное уравнение относительно характеристик нагружения и свойств основания, что позволяет при наличии дополнительной информации качественного или количественного характера формулировать широкий спектр задач идентификации. Например, пусть в начальном (ненагруженном) состоянии ось балки прямолинейна, трансформация в непроектное состояние происходит при постоянной внешней нагрузке p_0 и в проектном состоянии основание однородно:

$$p_0(z) = p_1(z) = p_0 = \text{const}, \quad k_0(z) = k_0 = \text{const}.$$

Тогда при заданном значении p_0 из соотношения (1) непосредственно следует выражение для распределения полных реакций основания $R(z)$ в актуальной конфигурации

$$R(z) = k_1(z)w_1(z) = p_0 + k_c w(z) - p_\nu(z).$$

Если дополнительно задана величина перемещения балки в проектном состоянии $w_0 = p_0/k_0$, последнее соотношение может быть использовано для идентификации непроектного распределения коэффициента упругости основания $k_1(z)$ в форме

$$k_1(z) = [p_0 + k_c w(z) - p_\nu(z)]/[w_0 + w(z)].$$

Обратно, при трансформации в непроектное положение при постоянном коэффициенте упругости основания k_0 соотношение (1) определяет распределение внешних нагрузок $p(z)$, явившееся причиной этой трансформации:

$$p(z) = p_1(z) - p_0(z) = (k_0 - k_c)w(z) + p_\nu(z).$$

Некоторые варианты постановки и решения задач идентификации приведены в работах [1,3].

Следует отметить, что функциональное уравнение (1) и краевая задача (2) содержат неопределенный параметр жесткости модельного основания k_c . В общем

случае это требует включения этапов определения напряженно-деформированного состояния и идентификации свойств и условий нагружения в совместную с обратной задачей (3) процедуру регуляризации.

3. Конечномерная формулировка

Будем полагать, что измерения положения оси балки относительно проектной конфигурации осуществляются равномерно с шагом Δz (рис. 1б). Распределение дополнительной нагрузки $p_\nu(z)$ представим соответственно схеме измерений в виде непрерывной кусочно-линейной аппроксимации

$$p_\nu(z) = \sum_{i=1}^n p_{\nu i} N_i(z), \quad (5)$$

где $p_{\nu i}$ – коэффициенты разложения, $N_i(z)$ – система финитных кусочно-линейных базисных функций (рис. 1б), n – число точек измерений.

Применяя в отношении оператора обратной задачи (3) метод взвешенных невязок в форме поточечной коллокации [4] при совмещении точек коллокации с точками измерений, получим разрешающую алгебраическую систему вида

$$\mathbf{A} \mathbf{P}_\nu = \widetilde{\mathbf{W}}, \quad (6)$$

где \mathbf{A} – квадратная матрица коэффициентов влияния размерности $[n \times n]$, элементы которой определяются соотношением

$$A_{ji} = \int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} G(z_j, \xi) N_i(\xi) d\xi, \quad (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (7)$$

$\mathbf{P}_\nu[n \times 1]$ – матрица-столбец коэффициентов разложения $p_{\nu i}$, $\widetilde{\mathbf{W}}[n \times 1]$ – матрица-столбец перемещений, определяемых при измерениях.

Применительно к протяженным системам с локализованными областями непроектного залегания, ядро $G(z, \xi)$ интегрального оператора (3) представляется классическим решением задачи (4) для неограниченно длинной балки на упругом основании. Коэффициенты влияния A_{ji} определяются в результате аналитического вычисления интегралов в выражении (7) соотношениями

$$A_{ji} = \frac{1}{2k_c} e^{-\beta(z_j - z_i)} [\Phi_1(\lambda) \cos \beta(z_j - z_i) + \Phi_2(\lambda) \sin \beta(z_j - z_i)], \quad (z_j \geq z_i), \quad (8)$$

где Φ_1, Φ_2 – функции параметра $\lambda = \beta \Delta z$, β – волновое число, определяемое по формуле

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_c}{4EI}}.$$

Результирующие непрерывные распределения прогиба $w(z)$ и изгибающего момента $M(z)$, являющиеся решением прямой задачи (2), однозначно обусловлены значениями дополнительной нагрузки \mathbf{P}_ν в узлах схемы измерений z_i и могут быть представлены в виде

$$w(z) = \sum_{i=1}^n p_{\nu i} \int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} G(z, \xi) N_i(\xi) d\xi,$$

$$M(z) = EI \sum_{i=1}^n p_{\nu i} \int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} G^H(z, \xi) N_i(\xi) d\xi.$$

Удобно представлять их в форме кусочно-линейных интерполяций на схемах, образованных вложением в исходную схему дискретизации (рис. 1б), согласно соотношениям

$$w(z) = \sum_{i=1}^{n_W} w_i N_{Wi}(z),$$

$$M(z) = \sum_{j=1}^{n_M} M_j N_{Mj}(z),$$

где w_i ($i = 1, 2, \dots, n_W$), M_j ($j = 1, 2, \dots, n_M$) – значения прогиба и изгибающего момента, вычисляемые в узлах используемых интерполяционных схем, $N_{Wi}(z)$, $N_{Mj}(z)$ – соответствующие финитные кусочно-линейные базисные функции. Предполагается, что количество узловых точек для интерполяций функций прогиба n_W и изгибающего момента n_M должно выбираться непосредственно в процессе решения из условия достаточной точности представления результирующих распределений.

Данный формат решения определяется значениями w_i , M_j и может быть представлен в виде матричных соотношений

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}_W \mathbf{P}_\nu, \quad (9)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}_M \mathbf{P}_\nu, \quad (10)$$

где $W[n_W \times 1]$, $M[n_M \times 1]$ – матрицы-столбцы узловых значений прогиба w_i и изгибающего момента M_j , $A_W[n_W \times n]$, $A_M[n_M \times n]$ – соответствующие прямоугольные матрицы коэффициентов влияния.

Таким образом, проблема определения непрерывных распределений прогиба и изгибающего момента на основе соотношений (6), (9), (10) сводится к алгебраической задаче, которая должна формулироваться в соответствии с методологией теории некорректных задач [2] *как задача отыскания решения, устойчивого по отношению к возмущениям параметров модельной системы и входных данных, и согласованного с входной информацией в пределах заданной погрешности измерений Δ .*

4. Процедуры регуляризации

Предположим, что входные данные о прогибах $\widetilde{\mathbf{W}}$ с заданным уровнем точности Δ соответствует решению некоторой прямой задачи с распределениями прогиба $\bar{w}(z)$ и изгибающего момента $\bar{M}(z)$. В отношении этих распределений решение $w(z)$, $M(z)$ задачи (6), (9), (10) будет содержать погрешности, основными источниками которых являются:

1. Ограниченность объема входной информации, получающая непосредственное выражение в погрешности аппроксимации дополнительных нагрузок.
2. Неточность входной информации, влияние которой определяется спектральными характеристиками матричных операторов.

Соотношения (6), (9), (10) могут быть редуцированы путем исключения дополнительных нагрузок (матрица коэффициентов влияния \mathbf{A} не вырождена) к виду, устанавливающему непосредственные операторные связи между информацией о прогибах и результирующими распределениями

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}_W \mathbf{A}^{-1} \widetilde{\mathbf{W}},$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}_M \mathbf{A}^{-1} \widetilde{\mathbf{W}},$$

в которых матричные операторы и входные данные следует рассматривать как неточно заданные. При малом объеме входной информации превалирующее влияние на точность и информативность решения оказывают операторы (аппроксимация дополнительных нагрузок). При увеличении числа измерений (уменьшении погрешности аппроксимации) относительное влияние ошибок измерений будет возрастать. В общем случае консолидированная погрешность находится в зависимости от шага схемы измерений Δz , погрешности данных Δ , параметров системы и характера искомых распределений.

В формулировке задачи (1)-(3) параметр жесткости модельной системы k_c формально произволен относительно результирующих распределений $w(z)$, $M(z)$. Это обстоятельство дает возможность основывать процедуру регуляризации в отношении первого фактора неопределенности на анализе множества решений, образованном параметром k_c .

В качестве параметра регуляризации рассматривается относительный шаг схемы измерений $\gamma = \Delta z / L_B(k_c)$, где $L_B(k_c)$ - длина краевого эффекта модельной системы. Чувствительность решений к вариациям параметра регуляризации оценивается [5] по характеристикам относительной обусловленности $C_W(\gamma)$, $C_M(\gamma)$:

$$C_W(\gamma) = \gamma \frac{\|w'(\gamma)\|}{\|w(\gamma)\|}, \quad C_M(\gamma) = \gamma \frac{\|M'(\gamma)\|}{\|M(\gamma)\|}, \quad (11)$$

где $\|\dots\|$ - среднеквадратическая норма функции. Наилучшие приближения идентифицируются по способу квазиоптимизации параметра регуляризации [6]:

$$\gamma_W = \operatorname{argmin}_{\gamma} C_W(\gamma), \quad \gamma_M = \operatorname{argmin}_{\gamma} C_M(\gamma). \quad (12)$$

Для получения решений, устойчивых к погрешности входной информации (ошибкам измерений), на каждом этапе процесса квазиоптимизации по параметру γ применяется итерированный вариант метода регуляризации Тихонова [1]:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \alpha^{(k)} \mathbf{I}) \mathbf{P}_{\nu}^{(k)} = \mathbf{A}^T \widetilde{\mathbf{W}} + \alpha^{(k)} \mathbf{P}_{\nu}^{(k-1)}, \quad (13)$$

где $\alpha^{(k)}$ - параметр регуляризации на k -м шаге процесса, \mathbf{I} - единичная матрица-стабилизатор. Величина параметра $\alpha^{(k)}$ определяется в зависимости от характеристик решения на предыдущей $(k-1)$ -й итерации и заданного уровня погрешности входной информации Δ . Критерием остановки последовательных приближений является удовлетворение условия по невязке в соотношениях (6):

$$\|\mathbf{A} \mathbf{P}_{\nu} - \widetilde{\mathbf{W}}\|^* \leq \Delta, \quad (14)$$

здесь $\|\dots\|^*$ - среднеквадратическая норма вектора.

Для демонстрации описываемых процедур и их анализа рассмотрим тестовый пример для системы, параметры которой представлены в табл. 1. На подготовительном этапе определялись эталонные распределения прогиба $\bar{w}(z)$ и изгибающего момента $\bar{M}(z)$ как результат решения прямой задачи для заданных параметров системы и распределении дополнительных нагрузок $\bar{p}_{\nu}(z)$ (рис. 2, 3). Эффект регуляризации по параметру γ исследовался при использовании в качестве исходной информации значений функции $\bar{w}(z)$, соответствующих шагу принятой схемы измерений Δz (случай "точных" данных). Сопоставление получаемых приближений с эталонными распределениями производилось по относительным погрешностям

$$\varepsilon_W = \|W(z) - \bar{W}(z)\| / \|\bar{W}(z)\|, \quad \varepsilon_M = \|M(z) - \bar{M}(z)\| / \|\bar{M}(z)\|, \quad (15)$$

где $W(z)$, $M(z)$ - кусочно-линейные интерполяции, построенные на задаваемых векторами \mathbf{W} , \mathbf{M} узловых значениях.

Таблица 1. Параметры тестовой задачи

Длина участка непроектного залегания L_0 , м	100
Сечение балки	кольцо: 300×5 мм
Модуль упругости материала E , ГПа	200
Коэффициент упругости основания k_0 , МН/м ²	1
Длина зоны краевого эффекта L_B , м	7.92
Шаг схемы измерений Δz , м	12.5

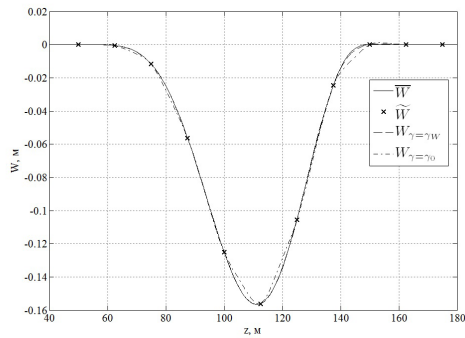


Рис. 2. Эталонное распределение прогиба, приближенные решения, входные данные

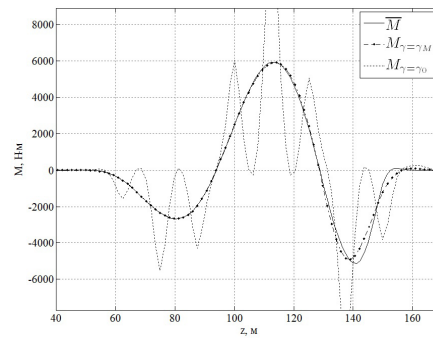


Рис. 3. Эталонное распределение изгибающего момента и приближенные решения

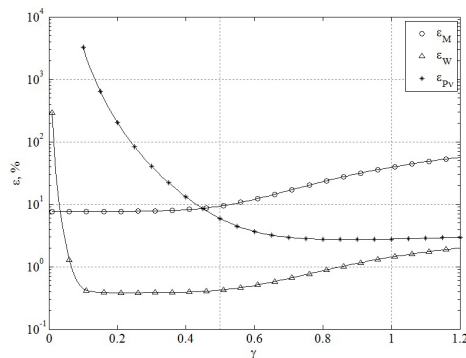


Рис. 4. Погрешности приближенных решений по моменту, прогибу и дополнительным нагрузкам

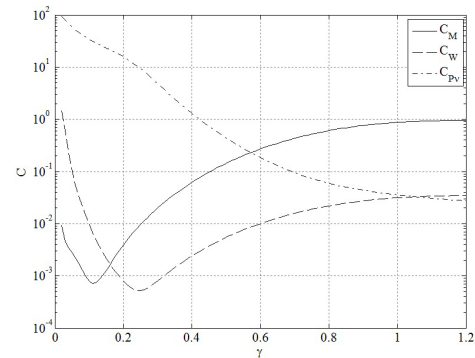


Рис. 5. Относительные числа обусловленности

Результаты показывают, что области наилучших приближений по изгибающему моменту, прогибу и дополнительным нагрузкам в диапазоне изменения параметра γ существенно различны. Решения в этих областях наименее чувствительны к возмущениям параметров системы (рис. 4). Критерии квазиоптимизации (11), (12) позволяют идентифицировать области устойчивости решений (рис. 5), следовательно, могут рассматриваться как критерии получения наилучших приближений.

Отметим, что приведенные результаты получены для случая, соответствующего весьма грубой схеме измерений, в котором шаг Δz существенно превышает длину краевого эффекта в проектом состоянии системы L_B . Тем не менее, решение до-

статочно информативно в отношении характеристик непроектного механического состояния (рис. 3-5).

5. Влияние количества и качества входной информации

Для рассмотренной выше системы были получены решения на последовательности вложенных схем измерений при $\Delta z = 12.5 \div 1.56$ м и числе измерений прогиба в области непроектного залегания $n = 8, 16, 32, 64$. Задаваемым значениям \bar{W} эталонной функции прогиба $\bar{w}(z)$ сообщались возмущения, моделирующие погрешности измерений. Возмущения входной информации представлялись собственным вектором матрицы коэффициентов влияния \mathbf{A} , соответствующим минимальному собственному числу и нормированным по заданной относительной погрешности

$$\Delta = \frac{\|\widetilde{\mathbf{W}} - \bar{\mathbf{W}}\|_*}{\|\bar{\mathbf{W}}\|_*}.$$

В этом случае влияние возмущений данных на результат решения обратной задачи (6) максимально по сравнению с любой другой совокупностью, удовлетворяющей данному условию нормировки [7].

Результаты решения с применением процедур регуляризации (11) - (14) при уровне погрешности данных $\Delta = 1\%$ представлены на рис. 6. Полученная зависимость погрешности определения изгибающего момента от объема входной информации (числа точек измерений) имеет убывающий характер. Решения образуют сходящуюся последовательность, то есть используемую вычислительную процедуру можно рассматривать как регуляризующий алгоритм.

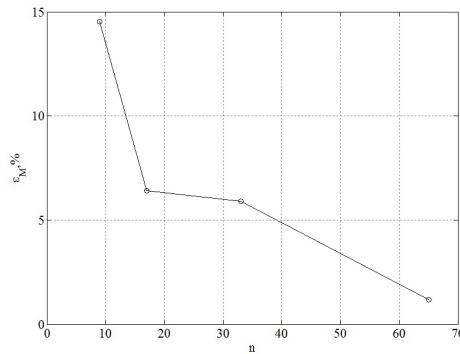


Рис. 6. Зависимость погрешности решения от числа точек измерений в зоне непроектного залегания

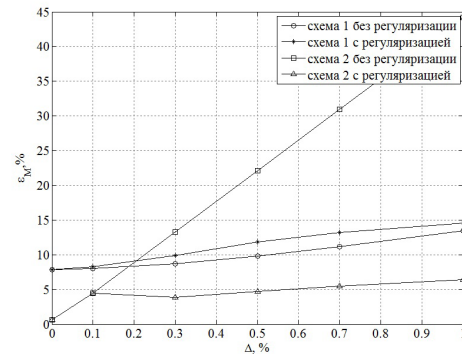


Рис. 7. Относительная погрешность изгибающего момента в зависимости от погрешности входной информации

Исследование консолидированного влияния количества и качества входной информации на результаты решения проведено при рассмотрении двух вариантов схем измерений с шагами: $\Delta z_1 = 12.5$ м (схема 1, $\Delta z_1 > L_B$) и $\Delta z_2 = 6.25$ м (схема 2, $\Delta z_2 < L_B$). Характеристика погрешности задаваемых массивов входной информации варьировалась в пределах: $0 \leq \Delta \leq 1\%$. Решение проводилось с применением и без применения итерированной регуляризации (13), (14).

Как показывают результаты для распределений изгибающего момента, приведенные на рис. 7, для грубой схемы измерений (схема 1) влияние погрешности данных малозначительно, погрешность решения определяется в основном погрешно-

стью аппроксимации дополнительной нагрузки, регуляризация в отношении входной информации не приводит к качественным изменениям решения.

При использовании более детальной схемы измерений (схема 2) погрешность решения на точных данных (погрешность аппроксимации) уменьшается на порядок, однако чувствительность к погрешностям входной информации существенно возрастает. Применение итерированной регуляризации (13), (14) позволяет получить решения, устойчивые в отношении возмущений данных, при этом имеет место в среднем двухкратное улучшение точности по сравнению с результатами, полученными для схемы 1.

6. Эффект дополнительных измерений

Проведение натурных измерений является трудоемким процессом, поэтому вызывает практический интерес проблема повышения точности решения без существенного увеличения количества измерений. Информация для планирования схем измерений может быть получена на основе анализа свойств решений задачи (2). Распределения прогиба и изгибающего момента в центральной части области непроектного залегания определяются в основном частным решением уравнения равновесия (2). Вблизи границ области (в зонах краевого эффекта) преобладает влияние общего решения. Искомые распределения в этих зонах обладают наибольшей изменчивостью, а локальная погрешность аппроксимации достигает максимальных величин. Можно предположить, что проведение дополнительных измерений в зонах краевого эффекта будет способствовать заметному повышению точности решения.

Приведенные ниже результаты вычислительного эксперимента подтверждают это предположение. Для схемы 1 ($\Delta z_1 = 12.5$ м) была проведена серия решений при дополнении ее единственной точкой измерения, последовательно помещаемой в центры отрезков. Наибольшее увеличение точности определения изгибающего момента (табл. 2, задача 1) достигается при дополнительном измерении в правой зоне краевого эффекта (при $z = 143.7$ м). Увеличение точности решения весьма существенно при точных данных и при низкой погрешности измерений. Менее характерно оно проявляется в случае грубых измерений.

Дополнительные измерения могут также использоваться для качественной оценки результатов решения. Рассматривалась задача, в которой решение характеризуется высокой степенью изменчивости, и задание данных по схеме 1 приводит к малоинформативным результатам (табл. 2, задача 2; рис. 8). Решение той же задачи с учетом дополнительного измерения в правой зоне краевого эффекта (при $z = 156.2$ м) приводит к приблизительно двухкратному уточнению результата во всем диапазоне погрешностей данных. Величина невязки между обоими приближенными решениями близка к истинной погрешности решения и может использоваться как характеристика качества аппроксимации при использовании заданной схемы измерений.

7. Заключение

Задачи реконструкции распределенных характеристик механического состояния конструкций по данным натурных обследований по существу являются некорректными вследствие ограниченности объемов входной информации и чувствительности к погрешностям измерений. Поэтому естественным направлением является привлечение методологии теории некорректных задач. Постановки в форме обратных задач позволяют включать в рассмотрение механические модели конструкций, что определяет и ограничивает множество возможных решений. По

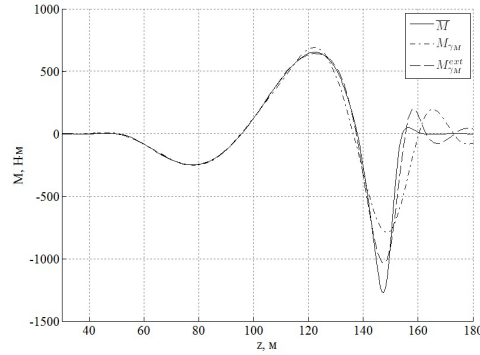


Рис. 8. Распределения изгибающего момента в задаче 2 (M^{ext} – изгибающий момент при наличии дополнительного измерения)

Таблица 2. Погрешность решений по изгибающему моменту (%)

Задача	Исходная схема измерений		Схема с дополнительным измерением		Различие решений по среднеквадратической норме	
	точные данные	неточные данные ($\Delta = 1\%$)	точные данные	неточные данные ($\Delta = 1\%$)	точные данные	неточные данные ($\Delta = 1\%$)
1	7.89	13.30	2.84	10.79	8.21	11.23
2	36.54	37.79	16.73	19.93	35.29	37.42

сравнению с методами, основанными на непосредственной аппроксимации данных, ослабляются требования к объему и качеству входной информации, упрощается проблема построения эффективных процедур регуляризации, открываются перспективы для получения апостериорных оценок достоверности результатов. Немаловажными являются также возможности постановки широкого спектра задач идентификации параметров конструкций и условий нагружения, а также обобщения формулировок на нелинейные и двухмерные задачи.

Summary

S.F. Kuznetsov, K.I. Ostrovsky. Application of the theory of ill-posed problems for determination of the stress state of structures using the on-site inspections data.

The method for mechanical state reconstruction and parameters identification based on discrete data of on-site inspections for structures on inhomogeneous elastic foundation is proposed in the framework of the theory of ill-posed problems. The effects associated with the heterogeneity of foundation are considered by definition of a model system with a constant foundation stiffness for which the inverse problem is formulated as a Fredholm integral equation of the 1st kind. The technique of numerical implementation of the method and procedure of regularization for arising algebraic inverse problems based on the Tikhonov method are considered. The results of solving some test problems for extensive systems beam-elastic foundation are discussed; structure of solution error is analyzed; approaches to a-posteriori solution error estimation are proposed.

Key words: construction, elastic foundation, technical monitoring, identification problem, inverse problem, regularization method, data errors.

Литература

1. Кузнецов С.Ф., Островский К.И., Семенов А.С. Метод дополнительных нагрузок для решения задач реконструкции механического состояния и идентификации характеристик системы балка – неоднородное упругое основание // Справочник. Инженерный журнал. – 2013. - №5.- С. 28-36.
2. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач // М.: Наука. 1979. - 284 с.
3. Кузнецов С.Ф., Семенов А.С. Идентификация областей нулевой реакции для системы балка – неоднородное упругое основание // Справочник. Инженерный журнал. – 2012. - №10. - С. 13-17.
4. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация // М.: Мир. 1986. – 318с.
5. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение // М.: Мир. 1984. – 264 с.
6. Морозов В.А., Гребенников А.И. Методы решения некорректно поставленных задач: алгоритмический аспект // М.: Изд-во МГУ. 1992. – 320 с.
7. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения // М.: Мир. 1980. – 454 с.

Кузнецов Сергей Федорович – к.т.н., доцент, НИУ “МЭИ”, зав. каф. динамики и прочности машин им. В.В. Болотина

E-mail: KuznetsovSF@mpei.ru

Островский Константин Игоревич – асп., НИУ “МЭИ”

E-mail: miontq@gmail.com